www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۰۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

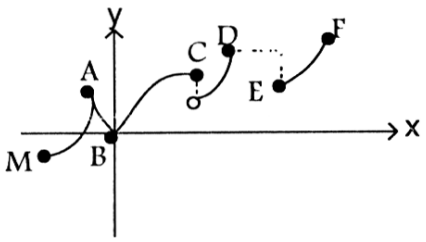
ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنهٔ تابع روبرو را تعیین کنید . $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$	۰/۷۵
۲	اولاً : نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را به کمک نقطه یابی رسم کنید. ثانیاً : به کمک انتقال نمودار تابع $y=\sqrt{x+1}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.	۱
۳	توابع f و g با ضابطه های $f(x)=\lvert x\rvert+1$ و $g(x)=x\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید ، اولاً دامنه تابع gof را محاسبه کنید . ثانیاً : در صورت وجود ضابطه gof را بنویسید .	۱
٤	اگر α و β ریشه های معادله $x^2-5x+1=0$ باشند مقدار عددی $\alpha^3\beta+\alpha\beta^3$ را حساب کنید .	۱
٥	ثابت کنید تابع $f(x)=(1-2x)^3$ یک به یک است . سپس ضابطه تابع معکوس را بنویسید .	۱/۲۵
٦	حدهای زیر را بدست آورید . الف) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ ب) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-4x+3}{(x-1)^2}$ ج) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)$ د) $\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{Sin}ax}{\mathrm{Sin}bx}$ هـ) $\lim_{x\to 2}\left(x^2-4\right)\mathrm{Cos}\frac{1}{x-2}$	۳
۷	معادلات مجانبهای قائم و افقی $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ را بدست آورید.	۱
۸	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x)=\begin{cases}[x-1]+2a & x<3\\ x+b-1 & x=3\\ \sqrt{x^2-2x+1} & x>3\end{cases}$ در $x_0=3$ پیوسته باشد . ([ ] نماد جزء صحیح است)	۱
۹	اولاً: مشتق بگیرید : (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y=\frac{x^2-1}{(3x+5)^2}$ ب) $y=\mathrm{Sin}^3 x.\mathrm{Cot}2x$ ثانیاً: اگر $f(x)=x^2-5x$ ، مشتق تابع $y=f(\mathrm{Cos}x)$ را حساب کنید . $\left(y'_x\right)$ **ادامه سؤالات در صفحه‌ی دوم**	۱/۷۵

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۰۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت **خرداد ماه** سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

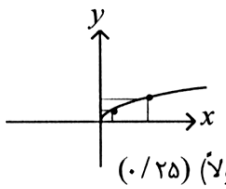
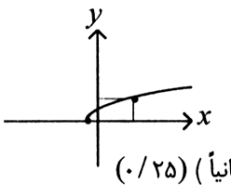
۱۰	اگر معادلهٔ حرکت یک متحرک بصورت $S(t)=t^2+3t+1$ باشد . الف : سرعت متوسط متحرک را در فاصله زمانی $t_1=2$ و $t_2=4$ محاسبه کنید . ب : سرعت لحظه ای متحرک را در لحظه $t_0=3$ پیدا کنید .	۱
۱۱	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{x+1}{2x-1}$ را رسم کنید .	۱/۵
۱۲	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x)=(x+1)[x]$ را در نقطه $x_0=-1$ بررسی کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است)	۰/۷۵
۱۳	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\sin 2x-1$ را در فاصله $[0,\pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۴	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y=\text{Arcsin}\frac{x-1}{x+1}$ را در نقطه $(1,0)$ بنویسید.	۰/۷۵
۱۵	کدامیک از نقاط مشخص شده زیر بحرانی واکسترمم مطلق است؟  	۰/۷۵
۱۶	دو عدد حقیقی چنان بیابید که تفاضلشان ۱۰ بوده و حاصلضربشان مینیمم گردد .	۰/۷۵
۱۷	ابتدا نمودار تابع $y=\|x\|-3$ را رسم کنید ، سپس $\int_{-1}^{3}(\|x\|-3)dx$ را محاسبه کنید . « موفق باشید »	۱/۲۵
	جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} x \geq 0 \\ x \neq 1,-1 \end{matrix}\right\} \rightarrow D_f = [0,+\infty) - \{1\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۲	x | ۰ ۱ ۴ ۹ y | ۰ ۱ ۲ ۳ (۰/۲۵)  (شکل اولاً) (۰/۲۵)  (شکل ثانیاً) (۰/۲۵) $D = [-1, +\infty)$ $R = [0, +\infty)$ (۰/۲۵)
۳	$D_f = R \qquad D_g = [0,+\infty)$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \overset{\in}{(۰/۲۵)} D_g\} = \{x \in R \mid \lvert x\rvert + 1 \in [0,+\infty)\} = R$ (۰/۲۵) $(gof)(x) = (\lvert x\rvert + 1)\sqrt{\lvert x\rvert + 1}$ (۰/۲۵)
٤	$\alpha + \beta = 5$ (۰/۲۵), $\alpha\beta = 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha\beta((\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta)$ (۰/۲۵) $= 1(5^2 - 2) = 23$ (۰/۲۵)
۵	$\left.\begin{matrix} y = (1-2x_1)^3 \\ y = (1-2x_2)^3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (1-2x_1)^3 = (1-2x_2)^3 \rightarrow 1-2x_1 = 1-2x_2 \rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$ (۰/۲۵) f(۰/۲۵) یک به یک است . معکوس پذیر است $y = (1-2x)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y} = 1-2x$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = \frac{1-\sqrt[3]{y}}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-\sqrt[3]{x}}{2}$ (۰/۲۵) **ادامه در صفحه ی دوم**

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

۶

الف) $\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{x+4}-2\right)\left(\sqrt{x+4}+2\right)}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x\left(\sqrt{x+4}+2\right)}=\frac{1}{4}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^2+x-3\right)}{(x-1)^2}=\frac{-1}{0}=+\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ج) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2-2x}-x\right)\left(\sqrt{x^2-2x}+x\right)}{\sqrt{x^2-2x}+x}=\lim_{x\to\infty^+}\frac{-2x}{x\left(\sqrt{1-\frac{2}{x}}+1\right)}=\frac{-2}{2}=-1$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

د) $\lim_{x\to 0}\frac{\text{Sinax}}{\text{Sinbx}}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{\text{Sinax}}{x}}{\frac{\text{Sinbx}}{x}}=\frac{a}{b}$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)

ه) $\lim_{x\to 2}\left(x^2-4\right)\text{Cos}\frac{1}{x-2}=0$ (۰/۲۵)

$0\le\lim_{x\to 2}(x^2-4)\text{Cos}\frac{1}{x-2}\le 0$ و $-1\le\text{Cos}\frac{1}{x-2}\le 1$ زیرا : دلیل (ه) (۰/۲۵)

۷

$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x}{|x|}=\pm 1$ (۰/۲۵) $\to y=\pm 1$ افقی مجانب (۰/۲۵)

$x^2-1=0\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$ (۰/۵)

مجانب قائم

۸

$f(3)=3+b-1=2+b$ و $\lim_{x\to 3^-}f(x)=1+2a$ (۰/۲۵) و $\lim_{x\to 3^+}f(x)=2$ (۰/۲۵)

$f(3)=\lim_{x\to 3^-}f(x)=\lim_{x\to 3^+}f(x)$ (۰/۲۵) شرط پیوستگی $2+b=1+2a=2\Rightarrow a=\frac{1}{2}$ و $b=0$ (۰/۲۵)

ادامه در صفحه ی سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

۹

اولاً:

الف) $y' = \dfrac{۲x(۳x+۵)^۲ - ۲(۳x+۵)۳\times\left(x^۲-۱\right)}{(۳x+۵)^۴}$ (۰/۵)

ب) $y' = ۳\mathrm{Sin}^۲x\ \mathrm{Cos}x.\mathrm{Cot}۲x + (-۲)\left(۱+\mathrm{Cot}^۲۲x\right)\mathrm{Sin}^۳x$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ثانیاً:

$$\left.\begin{array}{l} y' = (-\mathrm{Sin}x)f'(\mathrm{Cos}x) \quad (۰/۲۵) \\ f'(x) = ۲x-۵ \quad (۰/۲۵) \end{array}\right\} \rightarrow y' = -\mathrm{Sin}x\,(۲\mathrm{Cos}x-۵) \quad (۰/۲۵)$$

۱۰

الف) $\dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{S(t_۲)-S(t_۱)}{t_۲-t_۱} = \dfrac{۲۹-۱۱}{۴-۲} = ۹$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

ب) $S'(t) = ۲t+۳ \Rightarrow S'(۳) = ۹$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۱

$D = R - \left\{\dfrac{۱}{۲}\right\}$

$\left.\begin{array}{l} x\to\pm\infty \Rightarrow y = \dfrac{۱}{۲} \\ y\to\pm\infty \Rightarrow x = \dfrac{۱}{۲} \end{array}\right\}$ قائم و افقی مجانبهای

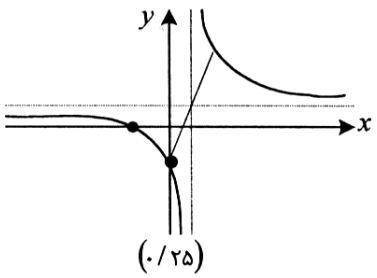
مرکز تقارن $\rightarrow \omega\left|\begin{array}{l}\frac{۱}{۲}\\ \frac{۱}{۲}\end{array}\right.$

$y' = \dfrac{-۳}{(۲x-۱)^۲} < ۰$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)

$\begin{cases} x=۰ \rightarrow y=-۱ \\ \qquad (۰/۲۵) \\ y=۰ \rightarrow x=-۱ \end{cases}$

x	$-\infty$		-۱		۰		$\frac{۱}{۲}$		$+\infty$
y'		$-$		$-$		$-$		$-$	
y	$\frac{۱}{۲}$	$\searrow$	۰	$\searrow$	-۱	$\searrow$	$-\infty$ $\mid$ $+\infty$	$\searrow$	$\frac{۱}{۲}$

(۰/۵)



(۰/۲۵)

۱۲

$$f'(-۱) = \lim_{x\to-۱}\frac{f(x)-f(-۱)}{x+۱} = \lim_{x\to-۱}\frac{(x+۱)[x]-۰}{x+۱} = \begin{cases} \lim\limits_{x\to-۱^-}\dfrac{(x+۱)[x]}{(x+۱)} = -۱ & (۰/۲۵) \\ \lim\limits_{x\to-۱}\dfrac{(x+۱)[x]}{x+۱} = -۲ & (۰/۲۵) \end{cases}$$

$f'_-(-۱) \neq f'_+(-۱) \longrightarrow$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)

ادامه در صفحه ی چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **حسابان**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/ ۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	**سازمان آموزش و پرورش شهر تهران** **اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی**

۱۳

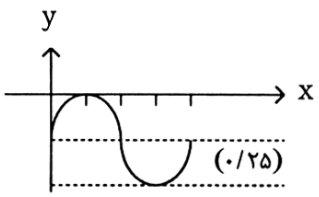
$x=0 \longrightarrow y=-1$ $\quad y'=2\cos 2x=0 \to \cos 2x=0$ (۰/۲۵) $\quad 2x=k\pi+\frac{\pi}{2} \to x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$ (۰/۵) $\quad x=\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$

$x=\pi$ $\quad y=0, y=-2$

x	.	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
y'	+	0	———	0	+
y	$-1\nearrow$	$0\searrow$	$-1\searrow$	$-2\nearrow$	-1

(۰/۵)

$x=\frac{\pi}{2} \to y=-1$



۱۴

$y'=\frac{2}{(x+1)^2\sqrt{1-(\frac{x-1}{x+1})^2}}$ (۰/۲۵) $\quad$ $m_{\text{مماس}}=\frac{\frac{1}{2}}{1}=\frac{1}{2} \to y-0=\frac{1}{2}(x-1)$ (۰/۲۵) $\quad y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ (۰/۲۵)

۱۵

M مطلق **Min** (۰/۲۵) $\quad$ **M,A,B,C,D,E,F** بحرانی (۰/۵) $\quad$ **F** مطلق و **Max**

۱۶

$x-y=10 \to y=x-10$

$xy=x(x-10)=x^2-10x=f(x)$ (۰/۲۵)

$f'(x)=2x-10=0 \to x=5 \to y=5-10=-5 \to y=-5$ (۰/۲۵)

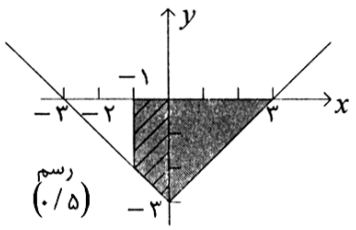
(۰/۲۵)

۱۷

$\int_{-1}^{3}(|x|-3)dx=-\left(\underset{\text{مثلث}}{S}+\underset{\text{ذوزنقه}}{S}\right)$

$=-\left(\frac{(2+3)1}{2}+\frac{3\times 3}{2}\right)=-7$ (۰/۲۵)

(۰/۵)



رسم (۰/۵)

مصححین محترم

با عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید .

با تشکر

www.alm.loxblog.com